東京工業大学工学部

卒業論文

ＩＤ／ＬＰ論理の研究

指導教官　米崎 直樹 助教授

1989年２月

提出者

学　科　情報　工学科

学籍番号　8551774

氏　名　海谷 治彦

学科主任認定印	

目次

第 1 章　まえがき

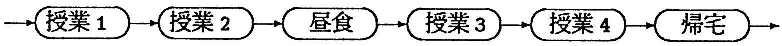
普通の線形時間論理 (または線形時相論理) では、可能世界間の関係を直線的にならんだ時間列と考える 。

一般に、世界間の構造をうまく表現するモデルと、それを簡潔に記述する様相演算子を論理に導入すればその論理上でプログラムなどの意味論を簡潔かつ明瞭に展開する事が期待できる 。

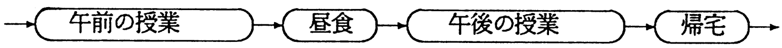
ところで、並んでいる可能世界のいくつかをひとまとめとして考える方が普段 我々の生活している世界をとらえる場合自然であることが多い 。

例えば、下の (図 1) のような、ある学生の一日の生活も、(図 2) (図 3) の様にいくつかのまとまりとして捉えるのは自然なことである 。

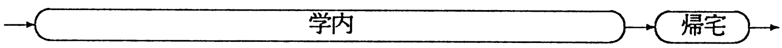
(図 1)



(図 2)

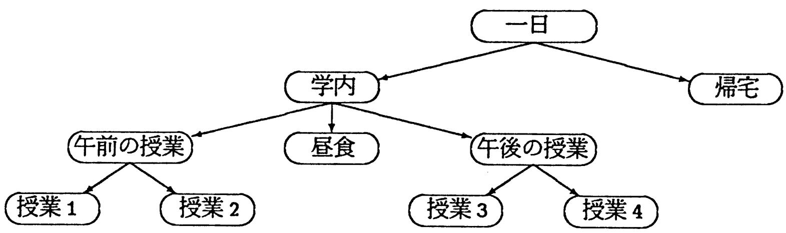


(図 3)



そこで、時間論理での可能世界の直線的な流れを、階層化して表現し、線形時間論理の資産を継承できるような様相論理体系、**ID/LP 論理**を考え、その体系についての形式化、公理化、証明などについての研究してみる 。

例えば上の図の世界の関係を木構造で表してみると下図のようになる 。



2 章 は、時間論理の考え方を簡単に説明する 。

3 章 は、ID/LP 論理の構文規則を定義する 。

4 章 は、ID/LP 論理の意味規則を定義する 。

5 章 は、形式的証明を与えるための準備を与える。

6 章 は、具体的な証明例として、ID/LP grammar による構文解析例を示す 。

第 2 章　順序に関する形式化

時間論理は、計算機科学の諸問題の特性を適切に表現できるように、演算子とモデルの定式化に変形ないしは拡張が行なわれている様相論理の一つである 。

具体的には順序に関する形式化を行なっている 。

様相論理とは、通常の古典論理に必然、偶然、などの記述能力の拡張を図ったものであり、意味を解釈するには新しく **可能世界**の概念が導入される 。

様相論理では複数の可能世界を考え、各世界毎に命題の真偽が定まっている 。

そこで **到達可能関係**という考えを導入し、 **すべてのを すべての到達可能な**と考える 。

線形時間論理では、下図のように可能世界の列が半直線上に延びる離散的時間構造をしていると考える 。

$$t_0 \to t_1 \to t_2 \to t_3 \to t_4 \to t_5 - - - -$$

次に代表的な様相演算子の意味を上図の t_0 の世界を基準として直観的に説明すると、

$\Box$A	: (always operator)	$t_0, t_1, \cdots$ すべての時点で A が真
$\Diamond$A	: (sometime operator)	$t_0, t_1, \cdots$ のある時点で A が真
$\bigcirc$A	: (nexttime operator)	t_1 で A が真
A until B	: (until operator)	B がはじめて真となるまで A が常に真、または $\Box$A (弱い until)
A atnext B	: (atnext operator)	はじめて B が真になる時点で A が真

ID/LP 論理では命題時間論理における考え方を拡張し離散的時間構造に **階層構造 (木構造)** を加えて可能世界間の関係を定義する 。これによってある可能世界の列を一まとめにして考えたり、ある可能世界をより細かな時間列に分けて考えることができ、これまで一本調子であった時間の流れを多面的に見ることができる。

時間的な枝分かれを許す **BTL** (Branching-time Temporal Logic) と言う論理がある。BTL は枝分かれした先の数だけ次の時刻の可能世界があると考える。つまり全く違う時間の流れの可能性を記述することができる。しかし、ID/LP 論理は、一つの時間の流れを多面的に見るので、BTL とは異なる形式化をすることができる。

ID/LP 論理の名前の由来は、[1] の中で用いられた **ID/LP grammar** [2] の形式化からヒントを得たものであり、これに関する応用例を6章 で触れている 。

第 3 章　ID/LP 論理の形式化 (構文規則)

木構造をした可能世界の関係を論理で表現するために、6 つの新しい様相演算子 $\vec{\bigcirc}$ $\vec{\cup}$ $\bigcirc$ $\cup$ $\downarrow$ $\Downarrow$ を加え、論理式 (または単に式) を定義する 。

3.1 論理式の定義

命題変数 A 、命題定数 true , false は式
A が式ならば、$\neg A$ は式
A ,B が式ならば、$A \supset B$ は式

A が式なら $\vec{\bigcirc}A$ は式
A,B が式なら $A\vec{\cup}B$ は式

A が式なら $\bigcirc A$ は式
A,B が式なら $A\cup B$ は式

A が式なら $\downarrow A$ は式
A が式なら $\Downarrow A$ は式

3.2 略記法

次のように、式の略記法を定義する 。

$$A \vee B \stackrel{def}{=} \neg A \supset B$$
$$A \wedge B \stackrel{def}{=} \neg (A \supset \neg B)$$
$$A \equiv B \stackrel{def}{=} (A \supset B) \wedge (B \supset A)$$

$$\vec{\Box} A \stackrel{def}{=} A\ \vec{\cup}\ \mathrm{false}$$
$$\vec{\Diamond} A \stackrel{def}{=} \neg\ \vec{\Box}\ \neg A$$
$$\triangle A \stackrel{def}{=} (\neg A\ \vec{\cup}\ (A \wedge \vec{\bigcirc}\ \vec{\Box}\ \neg A)) \wedge \vec{\Diamond} A$$

$$\Box A \stackrel{def}{=} A \cup \mathrm{false}$$
$$\Diamond A \stackrel{def}{=} \neg \Box \neg A$$

$$\Updownarrow A \stackrel{def}{=} \neg \Downarrow \neg A$$

3.3 演算子の優先順位

演算子の優先順位を高い順に以下のように定める 。
式の内側にあるほど束縛が強いのが原則である 。
ただし、(,) で囲まれた内側の方が高い優先順位である。

単項演算子 ($\neg, \downarrow, \Downarrow, \Updownarrow, \vec{\bigcirc}, \bigcirc$ など) , $\vec{\cup}$, $\cup$, $\wedge$, $\vee$, $\supset$, $\equiv$

第 4 章　ID/LP 論理の解釈 (意味規則)

古典論理では式の解釈(意味付け)は、真理値表によって完成される。

しかし、ID/LP 論理は古典論理と同様の方法では解釈を与えるのは不可能である。その主たる理由は、様相演算子がその引数のみに依存して値が決まる訳ではないからである。

ID/LP 論理の式に解釈を与えるためにモデルという概念を定義する。これによって式の解釈はモデルと可能世界に依存して決定される。

4.1　ID/LP 論理のモデル

◇ **定義 1** モデル

モデル M 以下のように定義される 。

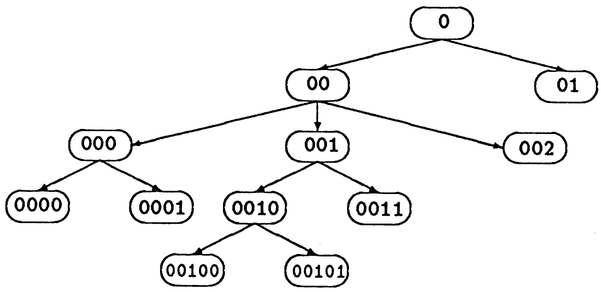
M = < Σ ,V >

Σ : モデル構造

V : 意味関数

4.2　モデル構造の表現

可能世界それぞれに、**座標値**を割り当てることで可能世界間の到達可能関係を定義する 。例えば、下の図のように可能世界に座標値を与える 。



4.2.1　モデル構造

構造を可能世界を node とする木構造とする 。モデル構造 Σ は、二つの組 < I , K > で表わされる 。

I　:　可能世界の集合

K　:　I の要素間の二項関係の集合　∋ R , D , H

木構造の定義

1. $s_i \in \mathbf{I}$　のとき [s_i] は木構造である
2. $t_0, t_1, \cdots, t_n$　が木構造として $s \in \mathbf{I}$　とすると、A = [$s, t_0, t_1, \cdots, t_n$]　は木構造である 。n は、ω (可算無限) をゆるす。
3. 1 , 2 から作れるものだけが木構造である

4.2.2　到達可能関係

各可能世界間の到達可能関係を定義するため、座標値という整数の列を導入する 。座標値は label と呼ぶこともある 。

まず座標値を可能世界から取り出す関数 val を定義する 。

◇ **定義 2** 座標値 (label)

val : $\{w|w$ は可能世界 $\} \rightarrow \{i|i$ は整数の列 $\}$

例えば、ある可能世界 w について、

val(w) = 0010

のように、値を返す 。

列および、リストの処理のために LISP 風の関数をいくつか定義する 。

◇ **定義 3** 処理関数

a·b , ··· , y·z : 列 a から列 z をつなげた列を示す。
append($L_1, \cdots, L_n$) : リスト L_1 から L_n をつなげたリストを返す 。
car(L) : リスト L の一番最初の要素を返す 。

次に、木構造上の可能世界の label の値を定義する 。

◇ **定義 4** 木構造と label の関係

1. 木構造が [s] ならば、val(s) = 0
2. 木構造が[$s, t_0, t_1, \cdots, t_n$] ならば、 ∀i :val(car(t_i)) = val(s)·i
3. 1 , 2 から木構造上の可能世界と label の関係が一対一に定義される 。

4.2.1 で提示した二項関係 **D** , **R** , **H** ∈ K は可能世界間の **到達可能関係**を示している 。ここでそれぞれの関係を座標値を使って定義する 。

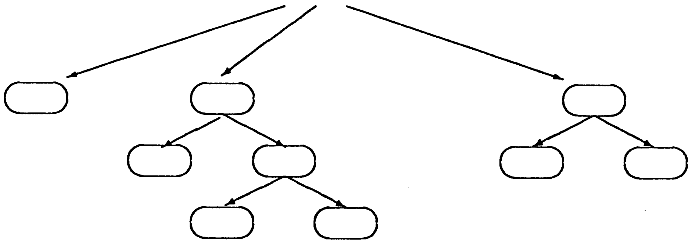
◇ **定義 5** 到達可能関係
以下では、世界をそのラベルで表すとする。

D : w**D**w·0
R : w·i**R**w·i+1
H :
1. w·i**H**w·i+1·0*
2. 現在の世界が w = $a_0 \cdot a_1 \cdots \cdot a_{n-1} \cdot a_n$ であるとすると、
$a_0 \cdot a_1 \cdots\ a_{i-1} \cdot a_i \mathbf{R} a_0 \cdot a_1 \cdots\ a_{i-1} \cdot a_i + 1$ となる最大の i ≤ n について、
w$\mathbf{H} a_0 \cdot a_1 \cdots\ a_{i-1} \cdot a_i + 1$

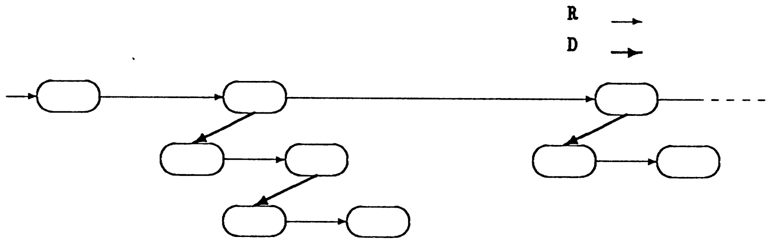
D' , R' , H' : D , R , H それぞれで推移律を認めるもの
D" , R" , H" : D , R , H それぞれで反射律、推移律を認めるもの

次に関係 R , D , H の関係のイメージを実際の木構造を用いて図示する 。
関係 H は、関係 R , D を組合わせたものなので、H と D , R を対比をしてみる 。
(1) のような木構造は、(2) , (3) にある関係 D , R , H を持つ。

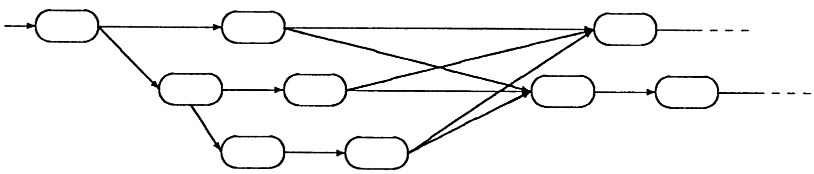
(1) 木構造



(2) R , D のイメージ



(3) H のイメージ



4.2.3 到達可能世界列 (path)

線形時間論理では可能世界が時間の順にしたがって枝わかれなく線形につながっていると考える。
ID/LP 論理では、可能世界の関係が木構造をしているとかんがえる。
そこで、時間論理の時間列と同じように可能世界の順序列である **到達可能世界列** を定義する。
到達可能世界列は path と呼ぶこともある。

◇ **定義** 6 到達可能世界列

1. path は、$< w_0, \cdots, w_n >$ のように書き、$\forall i : w_i \in I$ ただし I は可能世界の集合、$\forall i : 0 \leq i \leq n-1, w_i \mathbf{H} w_{i+1}$
2. $< w_0, \cdots, w_n >$ は、$< w_0 : w_n >$ のように略記し、n が ω (可算無限) の時は特に$< w_0, \cdots >$ 、略記法として $< w_0 : * >$ とかく。

4.3 意味関数

(木構造 Σ 上の) 意味関数 V は、式と可能世界の二つの引数をとり、真理値 (1 , 0) を値とする関数

$V(p, w) = t$　　　　p : 式
$w \in I$
t : 真理値

であるとする。

4.4 式の意味 (解釈 、真偽)

式の意味は意味関数 V によって与えられる。ただし 1 が真、0 が偽
min() は引数の最小値を返す関数、max() は引数の最大値を返す関数

$\forall w:\ w \in I$ ならば、$V(\text{ture}, w) = 1$

$\forall w:\ w \in I$ ならば、$V(\text{false}, w) = 0$

$\forall w:\ w \in I$ ならば、$V(\neg p, w) = 1 - V(p, w)$

$\forall w:\ w \in I$ ならば、$V(p \supset q, w) = \max((1 - V(p, w)), V(q, w))$

$V(\vec{\bigcirc} p, w) = V(p, w')$ ただし、$w\mathbf{R}w'$
　$w\mathbf{R}w'$ なる w' が存在しなければ、$V(\vec{\bigcirc} p, w) = 0$

$V(p\vec{\cup}q, w) = 1$ ただし、

1. $\forall w' : w\mathbf{R}''w' \ \wedge V(p, w') = 1$
2. $\exists w' \forall w'' : w\mathbf{R}''w' \ \wedge w\mathbf{R}''w'' \wedge w''\mathbf{R}'w' \wedge V(p, w'') = 1 \ \wedge V(q, w'') = 0 \ \wedge V(q, w') = 1$
3. $V(q, w) = 1$

　その他は、$V(p\vec{\cup}q, w) = 0$

$V(\downarrow p, w) = V(p, w')$ ただし、$w\mathbf{D}w'$

$V(\Downarrow p, w) = \min(V(p, w'))$ ただし、$w\mathbf{D}''w'$

$V(\bigcirc p, w) = \max(V(p, w'))$ ただし、$w\mathbf{H}w'$、w' がなければ、$V(\bigcirc p, w) = 0$

$V(p \cup q, w_0) = 1$ ただし、

1. $\exists < w_0, w_1, \cdots >,\ \forall i : 0 \le i \ \wedge \ V(p, w_i) = 1$
2. $\exists < w_0, w_1, \cdots, w_n > \ \forall j :\ 0 \le j < n \wedge V(q, w_n) = 1 \wedge V(p, w_j) = 1 \wedge V(q, w_j) = 0$
3. $V(q, w_0) = 1$

　その他は、$V(p \cup q, w) = 0$

◇ **定義 7** モデル構造による妥当 (valid)
ある論理式 α が、あるモデル構造 Σ において **妥当**であるとは、$\models_\Sigma \alpha$と書き、

$$\forall w \ \forall M :\ M = < \Sigma, V > \ \wedge w \in I \ \wedge \ V(\alpha, w) = 1$$

ただし、I は可能世界の集合

◇ **定義 8** 妥当性
ある論理式 α が妥当であるとは、$\models \alpha$ と書き、

$$\forall \Sigma : \models_\Sigma \alpha$$

◇ **定義** 9 ID/LP 論理妥当

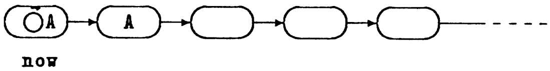
α が、ID/LP 論理のモデル構造 Σ 上のいかなるモデルにおいても、$\models_{\Sigma} \alpha$

以下では、**ID/LP 論理妥当**のことを特に **妥当**と呼び、式 A が妥当であることを、$\models$ A と書く

4.5 式の直観的な意味

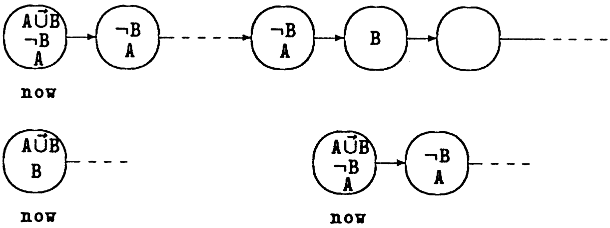
- $\vec{\bigcirc}$A

  同一階層の可能世界 (兄弟の可能世界) 間において、すぐ次の可能世界で、A が成り立つ 。



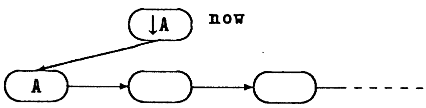
- A$\vec{U}$B

  同一階層の可能世界 (兄弟の可能世界) 間において、B が成り立つまでの間、A が成り立ち、B は成り立っていない 。



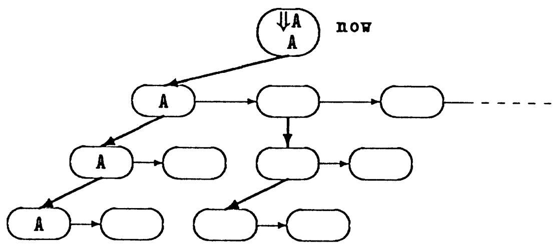
- ↓A

  すぐ下の階層の最初の可能世界 (長男の可能世界) において、A が成り立つ 。



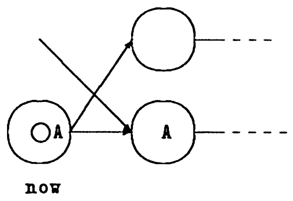
- ⇓A

  直系の最初の可能世界 (直系の可能世界) 全てで、A が成り立つ。



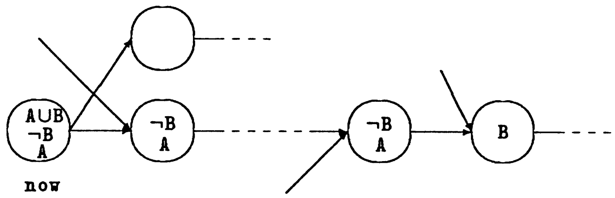
- ○A

  path があって、その path 上のすぐ次の可能世界で、A が成り立つ 。



- A∪B

path があって、その path の上で、B が成り立つまでの間、A が成り立ち、B は成り立っていない 。



第 5 章　形式的証明

論理の公理と推論規則によって定理式を導くことを定理式の **形式的証明**という。

この方法は、個々の基本論理式の真偽と論理式全体の真偽との関係を論ずる意味論とは異なり、論理式の形 (構造) を公理系と推論規則によって書き換えていくという操作によって、論理式の性質を論じるものである 。このやり方は構文論的な方法とも呼ばれている 。

$\vdash$ A とは、A が形式的証明可能であること、つまり A が公理または定理であることである。公理に論理式の集合 Γ を加えた論理式の集合から、推論規則によって式 A を導くことを、 **A は Γ から演繹可能** であると言い、$\Gamma \vdash A$ と書く 。

本論文では、証明は自然演繹法を用いる 。自然演繹法の規則は、

$$\frac{\mathrm{A}\ ,\cdots,\ \mathrm{B}}{\mathrm{C}}$$

という形をしていて、A , $\cdots$, B といういくつかの前提から、C という結論を導いてよいということを示している 。

公理系の満たす条件としては、

- 無矛盾性 (consistence) $\vdash \mathrm{A} \Rightarrow \nvdash \neg\mathrm{A}$
- 独立性 (independence) A , B , C $\in$ Axiom $\Rightarrow$ A , B $\nvdash$ C
- 健全性 (soundness) $\vdash \mathrm{A} \Rightarrow \models \mathrm{A}$
- 完全性 (completeness) $\models \mathrm{A} \Rightarrow \vdash \mathrm{A}$

がある 。

ID/LP 論理の公理系は、B. Russell と A. N. Whitehead らによる命題論理の公理系 (AX1 ～ AX3) と、米崎 [3] による until operator を含む時間論理の公理系と、F. Kröger [4]による nexttime operator を含む時間論理の公理系を基にしている 。

様相演算子 $\bigcirc$, $\vec{\bigcirc}$, $\downarrow$ は nexttime operator 、$\cup$, $\vec{\cup}$ は until operator 、$\Box$, $\vec{\Box}$, $\Downarrow$ は always operator 、$\Diamond$, $\vec{\Diamond}$, $\Updownarrow$ は sometime operator の性質をもっているので、そのことを利用して新しい公理を作っていく 。

5.1　公理

● 命題論理の公理系

AX1 : $A \supset (B \supset A)$

AX2 : $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$

AX3 : $(\neg A \supset \neg B) \supset ((\neg A \supset B) \supset A)$

● until operator を含む公理系

AX4 : $(A \supset B)\vec{\cup}C \wedge A\vec{\cup}C \supset B\vec{\cup}C$

AX5 : $A\vec{\cup}B \wedge \neg B\vec{\cup}C \supset (A\vec{\cup}B)\vec{\cup}C$

AX6 : $\neg(\neg A\vec{\cup}B) \supset \neg B\vec{\cup}A$

AX7 : $A * B \supset A \vee B$　　　ただし、* は、$\vec{\cup}, \cup$

AX8 : $B \supset A * B$　　　ただし、* は、$\vec{\cup}, \cup$

AX9 : $\neg C\vec{\cup}A \wedge \neg(\neg A\vec{\cup}B) \wedge \neg(\neg C\vec{\cup}D) \supset \neg(\neg(A \wedge \neg(\neg C\vec{\cup}D))\vec{\cup}B)$

AX10 : $(C\vec{\cup}(B\vec{\cup}A)) \supset (C \vee B\vec{\cup}A)\vec{\cup}A$

AX11 : $C\vec{\cup}\neg(\neg A\vec{\cup}B) \wedge \neg B\vec{\cup}A \supset C\vec{\cup}A$

● nexttime operator を含む公理系

AX12 : $*\neg A \vee \neg * ture \equiv \neg * A$　　　ただし、* は、$\vec{\bigcirc}, \bigcirc$

AX13 : $\downarrow \neg A \equiv \neg \downarrow A$

AX14 : $A \wedge (\vec{\bigcirc}\ \vec{\Box}\ A \vee \neg\vec{\bigcirc} true) \supset \vec{\Box}\ A$

AX15 : $\vec{\bigcirc}\ \vec{\Box}\ A \supset A\vec{\cup}(A \supset B)$

AX16 : $\neg B\vec{\cup}(A \wedge B) \equiv \vec{\bigcirc}(B \supset A) \wedge \vec{\bigcirc}(\neg B \supset \neg B\vec{\cup}(A \wedge B))$

● 階層構造にかかわる公理系

AX17 : $\Downarrow A \supset A$

AX18 : $*A \supset * * A$　　　ただし、* は、$\Box, \vec{\Box}, \Downarrow$

AX19 : $*(A \supset B) \supset (*A \supset *B)$　　　ただし、* は、$\vec{\bigcirc}, \Box, \vec{\Box}, \Downarrow, \downarrow$

AX20 : $A \wedge \vec{\bigcirc}(A\vec{\cup}B) \supset A\vec{\cup}B$

AX21 : $A \wedge \bigcirc(A \cup B) \supset A \cup B$

AX22 : $A\vec{\cup}B \wedge \vec{\Diamond}\ B \supset A \cup B$

AX23 : $\vec{\bigcirc} \Updownarrow A \supset \bigcirc A$

AX24 : $A \wedge \Downarrow (A \supset \downarrow A) \supset \Downarrow A$

AX25 : $\downarrow \vec{\Box}\ A \wedge \vec{\bigcirc}(A \cup B) \supset \downarrow (A \cup B)$

AX26 : $\downarrow (A\vec{\cup}\ \vec{\Box}\ B) \wedge \vec{\bigcirc}\ \vec{\Box}\ B \supset \downarrow (A \cup B)$

5.2 推論規則

IR1 : $\dfrac{\vdash A \qquad \vdash A \supset B}{\vdash B}$

IR2 : $\dfrac{\vdash A}{\vdash A * B}$　　　ただし、* は $\vec{\cup}, \cup$

IR3 : $\dfrac{\vdash A}{\vdash *A}$　　　ただし、* は $\downarrow, \Downarrow$

IR4 : $\dfrac{\vdash A}{\vdash *A \vee \neg * true}$　　　ただし、* は $\vec{\bigcirc}, \bigcirc$

IR5 : $\dfrac{\vdash \mathrm{A} \supset \mathrm{B} \qquad \vdash \mathrm{A} \supset\ (\vec{\bigcirc} A \vee \neg\vec{\bigcirc} true)}{\vdash \mathrm{A} \supset \vec{\Box}\mathrm{B}}$

5.3 定理

TH1 : $A \supset A \vee B$

TH2 : $A \wedge B \supset A$

TH3 : $A \supset *A$　　　ただし * は、$\vec{\Diamond}, \Diamond, \Updownarrow$

TH4 : $\vec{\bigcirc} A \supset \vec{\Diamond} A$

TH5 : $\bigcirc A \supset \Diamond A$

TH6 : $\downarrow A \supset \Updownarrow A$

TH7 : $*A \supset A$　　　ただし * は、$\vec{\Box}, \Box, \Downarrow$

TH8 : $\vec{\Box} A \supset \vec{\bigcirc} \vec{\Box} A \vee \neg \vec{\bigcirc} true$

TH9 : $\Box A \supset \bigcirc \Box A \vee \neg \bigcirc true$

TH10 : $\Downarrow A \supset \downarrow \Downarrow A \vee \neg \downarrow true$

TH11 : $*(A \wedge B) \equiv *A \wedge *B$　　　ただし * は、$\downarrow, \Downarrow, \vec{\bigcirc}, \vec{\Box}$

TH12 : $*(A \wedge B) \supset *A \wedge *B$　　　ただし * は、$\Box, \bigcirc$

TH13 : $*(A \vee B) \equiv *A \vee *B$　　　ただし * は、$\downarrow, \Updownarrow, \vec{\bigcirc}, \vec{\Diamond}$

TH14 : $*(A \vee B) \supset *A \vee *B$　　　ただし * は、$\Diamond, \bigcirc$

TH15 : $\vec{\Box} (A \supset \vec{\bigcirc} A) \supset (A \supset \vec{\Box} A)$

TH16 : $\Downarrow (A \supset \downarrow A) \supset (A \supset \Downarrow A)$

TH17 : $\vec{\bigcirc} \vec{\Box} A \vee \neg \vec{\bigcirc} true \supset \vec{\Box} (\vec{\bigcirc} A \vee \neg \vec{\bigcirc} true)$

TH18 : $A \vec{\cup} B \wedge \neg B \vec{\cup} C \supset A \vec{\cup} C$

TH19 : $\neg A \vec{\cup} A$

TH20 : $A \wedge \vec{\bigcirc} \downarrow B \supset A \cup B$

TH21 : $\downarrow \vec{\Box} A \wedge \vec{\bigcirc} B \supset \downarrow (A \cup B)$

TH22 : $\bigcirc A \supset \vec{\bigcirc} A \vee \neg \vec{\bigcirc} true$

TH23 : $A \wedge \vec{\bigcirc} \vec{\Box} A \supset \vec{\Box} A$

TH24 : $false \supset *A$　　　ただし * は、$\Box, \vec{\Box}$

TH25 : $A \wedge \vec{\bigcirc}(\neg A \wedge \vec{\bigcirc} \vec{\Box} \neg A) \supset \triangle A$

TH26 : $\neg A \wedge \vec{\bigcirc}(A \wedge \vec{\bigcirc} \vec{\Box} \neg A) \supset \triangle A$

TH27 : $\neg * A \wedge *true \equiv *\neg A$　　　ただし * は、$\bigcirc, \vec{\bigcirc}$

TH28 : $A \wedge \vec{\bigcirc}(A \cup B) \supset A \cup B$

TH29 : $A \wedge \vec{\bigcirc} \Updownarrow (A \cup B) \supset A \cup B$

TH30 : $\vec{\bigcirc} A \supset \bigcirc A$

など . . .

定理の証明過程をいくつか示す。

証明

TH3 : $A \supset \Diamond A$

公理より、	$A \cup B \supset A \vee B$	(1)
(1)より、	$A \cup false \supset A$	(2)

略記法より、 $\Box A \overset{def}{=} A \cup false$ (3)

(2),(3)より、 $\Box A \supset A$ (4)

(4)より、 $A \supset \neg\Box\neg A$ (5)

略記法より、 $\Diamond A \overset{def}{=} \neg\Box\neg A$ (6)

(6) より、 $A \supset \Diamond A$

TH23 : $A \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\, A \supset \vec{\Box}\, A$

公理より、 $A \wedge \vec{\bigcirc}(A \vec{U} B) \supset A \vec{U} B$ (1)

略記法より、 $\vec{\Box}\, A \overset{def}{=} A \vec{U} false$ (2)

(1) , (2) より、 $A \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\, A \supset \vec{\Box}\, A$

■

5.4 補助推論規則

実際の証明を行なう時に使うと便利である推論規則をここに提示する。IR6 から IR11 は、G. Gentzen の自然演繹法による推論規則である。その他は、公理と推論規則から導くことができる。

以下では、Δ, Θ, Λ を論理式の集合とする 。(空でもよい)

IR6 : $\dfrac{\Delta \vdash A}{\Theta \vdash A}$ $(\Delta \subseteq \Theta)$

IR7 : $\dfrac{\Delta \vdash A \quad \Theta \vdash B}{\Delta, \Theta \vdash A \wedge B}$

IR8 : $\dfrac{\Delta \vdash A \wedge B}{\Delta \vdash A}$

IR9 : $\dfrac{\Delta \vdash A}{\Delta \vdash A \vee B}$

IR10 : $\dfrac{\Delta \vdash A \quad \Theta \vdash A \supset B}{\Delta, \Theta \vdash B}$

IR11 : $\dfrac{\Delta \vdash \neg(\neg A)}{\Delta \vdash A}$

IR12 : $\dfrac{\vdash A}{\vdash *A}$ ただし、* は $\Box, \vec{\Box}$

IR13 : $\dfrac{\vdash B}{\vdash A \supset B}$

IR14 : $\dfrac{\vdash A \supset B \quad \vdash B \supset C}{\vdash A \supset C}$

IR15 : $\dfrac{\vdash \mathrm{A} \wedge \mathrm{B} \supset \mathrm{C} \quad \vdash \mathrm{D} \supset \mathrm{B}}{\vdash \mathrm{A} \wedge \mathrm{D} \supset \mathrm{C}}$

IR16 : $\dfrac{\vdash A \wedge B \quad \vdash B \supset C}{\vdash A \wedge C}$

IR17 : $\dfrac{\vdash\Updownarrow A \quad \vdash\Downarrow(A \supset B)}{\vdash\Updownarrow B}$

$$\mathrm{IR18}: \frac{\vdash A \wedge \vec{\bigcirc} B \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash A \wedge \vec{\bigcirc} D \supset C}$$

$$\mathrm{IR19}: \frac{\vdash A \supset B}{\vdash \vec{\Box}\, A \supset \vec{\Box}\, B}$$

$$\mathrm{IR20}: \frac{\vdash \downarrow (A \wedge B) \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash \downarrow (A \wedge D) \supset C}$$

$$\mathrm{IR21}: \frac{\vdash \downarrow (A \wedge \vec{\bigcirc} B) \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash \downarrow (A \wedge \vec{\bigcirc} D) \supset C}$$

など...

補助推論規則の証明過程をいくつか示す。

<u>証明</u>

$$\mathrm{IR16}: \frac{\dfrac{\dfrac{\vdash A \wedge B}{\mathrm{B}} \qquad \vdash B \supset C}{\mathrm{C}} \qquad \dfrac{\vdash A \wedge B}{\mathrm{A}}}{\vdash A \wedge C}$$

$$\mathrm{IR21}: \frac{\vdash \downarrow (A \wedge \vec{\bigcirc} B) \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash \downarrow (A \wedge \vec{\bigcirc} D) \supset C}$$

仮定より、	$\downarrow (A \wedge \vec{\bigcirc} B) \supset C$	(1)
仮定より、	$D \supset B$	(2)
定理より、	$\downarrow A \wedge \downarrow B \equiv \downarrow (A \wedge B)$	(3)
補助推論規則より、	$\dfrac{\vdash A \supset B \qquad \vdash B \supset C}{\vdash A \supset C}$	(4)
(1) , (3) , (4) より、	$\downarrow A \wedge \downarrow \vec{\bigcirc} B \supset C$	(5)
推論規則より、	$\dfrac{\vdash A}{\vdash \vec{\bigcirc} A \vee \neg \vec{\bigcirc} true}$	(6)
(2) , (6) より、	$\vec{\bigcirc}(D \supset B) \vee \neg \vec{\bigcirc} true$	(7)
(7)より、	$\vec{\bigcirc} true \supset \vec{\bigcirc}(D \supset B)$	(8)
公理より、	$\vec{\bigcirc}(A \supset B) \supset \vec{\bigcirc} A \supset \vec{\bigcirc} B$	(9)
(4) , (8) , (9) より、	$\vec{\bigcirc} true \supset (\vec{\bigcirc} D \supset \vec{\bigcirc} B)$	(10)
(10)より、	$\neg \vec{\bigcirc} true \vee (\neg \vec{\bigcirc} D \vee \vec{\bigcirc} B)$	(11)
(11)より、	$\neg \vec{\bigcirc} true \vee \neg \vec{\bigcirc} D \vee \vec{\bigcirc} B$	(12)
(12)より、	$\neg(\vec{\bigcirc} true \wedge \vec{\bigcirc} D) \vee \vec{\bigcirc} B$	(13)
(13)より、	$(\vec{\bigcirc} true \wedge \vec{\bigcirc} D) \supset \vec{\bigcirc} B$	(14)
(14)より、	$(\vec{\bigcirc} D \wedge \vec{\bigcirc} true) \supset \vec{\bigcirc} B$	(15)
定理より、	$\vec{\bigcirc} A \wedge \vec{\bigcirc} B \equiv \vec{\bigcirc}(A \wedge B)$	(16)
(15) , (16) より、	$\vec{\bigcirc} D \supset \vec{\bigcirc} B$	(17)
公理より、	$\downarrow (A \supset B) \supset \downarrow A \supset \downarrow B$	(18)
推論規則より、	$\dfrac{\vdash A \qquad \vdash A \supset B}{\vdash B}$	(19)

(17) , (18) , (19) より、 $$\downarrow \vec{\bigcirc} D \supset \downarrow \vec{\bigcirc} B \tag{20}$$

補助推論規則より、 $$\frac{\vdash A \wedge B \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash A \wedge D \supset C} \tag{21}$$

(5) , (20) , (21) より、 $$\downarrow A \wedge \downarrow \vec{\bigcirc} D \supset C \tag{22}$$

(3) , (22) より、 $$\downarrow (A \wedge \vec{\bigcirc} D) \supset C$$

他の規則も同様に導ける。

■

◇ **定義 10 ID/LP 論理の公理系は健全である**

証明

(1) 公理系が全て妥当
(2) 推論規則は式の妥当性を保持する。

ことを示すことにより公理系の健全性を証明する。

(1) AX1 〜 AX3 は、Russell 、AX4 〜 AX11 は[3] 、AX12 〜 AX16 は[4] の公理系の健全性を継承する。
他の公理については意味関数 **V** によって妥当であることを確かめることができる。 例えば AX17 は、

$$\begin{aligned} \mathrm{V}(\Downarrow A \supset A\ ,\ \mathrm{w}\ ) &= \max(\ 1 - \mathrm{V}(\Downarrow A\ ,\ \mathrm{w}\ )\ ,\ \mathrm{V}(\ \mathrm{A}\ ,\ \mathrm{w}\ )\ ) \\ &= \max(\ 1 - \mathrm{V}(\ \mathrm{A}\ ,\ \mathrm{w}'\ )\ ,\ \mathrm{V}(\ \mathrm{A}\ ,\ \mathrm{w}\ )\ ) \end{aligned}$$

ただし、$\mathrm{V}(\ \mathrm{A}\ ,\ \mathrm{w}'\ ) \le \mathrm{V}(\ \mathrm{A}\ ,\ \mathrm{w}\ )$ かつ、 $\mathrm{V}() \in \{\ 1\ ,\ 0\ \}$
より、 $\mathrm{V}(\Downarrow A \supset A\ ,\ \mathrm{w}\ ) = 1$

他の公理も同様に妥当であることを示すことができる。

(2) IR1 は、Russell の命題論理の公理系より式の妥当性は保持される。その他については、(1) と同様に 意味関数 V によって確かめることができる。例えば IR2 : $\dfrac{\vdash A}{\vdash A \vec{\cup} B}$ は、

$\vdash A$ より、$\models A$ 、よって、

$\forall w :\ \mathrm{V}(\ \mathrm{A}\ ,\ w\ ) = 1$
$\mathrm{V}(\ A \vec{\cup} B\ ,\ \mathrm{w}\ ) = 1$

したがって、$\dfrac{\vdash A}{\vdash A \vec{\cup} B}$ は、式の妥当性を保持する。他の推論規則についても同様に示すことができる。

■

第 6 章　構文解析への応用

ID/LP grammar で書かれた文法をこの論理で記述することにより、文法の parsing をこの論理の証明で表現することができる 。これはちょうど definite clause grammar の文法を一階述語論理で記述して、その parsing を証明で記述できるのと似たところがある 。

dcg の例を上げてみると、

$$np(Y,YZ) \wedge vp(YZ,Z) \supset sentence(Y,Z) \quad (1)$$

$$v(Y,YZ) \wedge np(YZ,Z) \supset vp(Y,Z) \quad (2)$$

$$np(.(kaiya,F),F) \quad (3)$$

$$np(.(saeko,F),F) \quad (4)$$

$$v(.(loves,F),F) \quad (5)$$

を前提として、

$$\text{sentence(.(kaiya , .(loves , .(saeko , ()))) , ())} \quad (6)$$

を証明することができる 。すなわち

(1) , $\cdots$, (5) $\vdash$ (6)

を示すことができるのである 。[5, p126 - 130]

6.1　ID/LP grammar

ID/LP grammar [2] は、比較的語順に依存しない言語を形式化するのに適していて、一般化句構造文法 [1] の中で用いられている 。

CF-PSG (context-free phrase structure grammar) は、英語のように情報を伝えるのに語順に強く依存している言語向きだが、**ID/LP grammar** は、比較的語順に依存しない言語にたいして、より一層の一般化を期待できるのである 。

ID/LP formalism は、immediate dominance (ID) と linear precedence (LP) の 2 つの規則からなる 。

ID ではある要素がどのような要素から構成されるかを示し、LP では展開された要素間にある順序についてを示す 。

例を示すと、

ID $S \rightarrow_{id} \{V, NP, \bar{S}\}$

S は、V と NP と $\bar{S}$ から構成される 。

LP $V < \bar{S}$

文法全体に対して支配力をもつ 。V は、$\bar{S}$ より前に来なければならない 。

次に、ID/LP grammar の形式的な定義をする 。

ID/LP grammar G $< \mathrm{N}, \Sigma, ID, LP, \mathrm{S} >$

- **N** Nonterminal : 有限、非空である集合
- Σ Terminal : 有限、非空で N と互いに素な集合

- **ID** 順序対 $<\alpha, \beta>$ の有限集合．$\alpha \in \mathrm{N}$，$\beta \in 2^{\mathrm{N}\cup\Sigma}$ $<\alpha, \beta> \in \mathrm{ID}$ を省略して $\alpha \rightarrow_{id} \beta$ とかく。β は重複要素を許さない。
- **LP** 順序対 $<\alpha, \beta>$ の有限集合．非反射、非対称、推移関係
  $<\alpha, \beta> \in \mathrm{LP}$ を省略して $\alpha < \beta$ とかく。
- **S** $\mathrm{S} \in \mathrm{N}$　　　定義 17 参照

◦ LP formalization の set や string への拡張
  $<\alpha, \beta> \in \mathrm{LP}$ で、α，β を set や string に拡張する。β が set や string であったら、
  $\alpha < \beta \Longleftrightarrow \forall \beta' \in \beta : \alpha < \beta'$　　　α も同様

◇ **定義 11** $\leq$ *:*
$\alpha \leq \beta \longleftrightarrow \beta \not< \alpha$, $\alpha,\beta \in \mathrm{N}\cup\Sigma$
$\alpha \leq \beta \Longleftrightarrow \alpha < \beta$ & $\alpha = \beta$ ではない！
α,β は、*set* や *string* にも拡張される。

◇ **定義 12** *LP* 受容性 *(LP - acceptability) :*
string $\alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_n : \alpha_i \in \mathrm{N} \cup \Sigma$ が *LP* 受容$\Longleftrightarrow \forall i, j : 1 \leq i \leq j \leq n(\alpha_i \leq \alpha_j)$.

◇ **定義 13** 置換関数 *(The permute function) :*
$\beta_1 \cdots \beta_n \in permute(\alpha) \leftrightarrow card(\alpha) = n \;\&\; \forall i : 1 \leq i \leq n(\beta_i \in \alpha)$

◇ **定義 14** 拡張関数 *: (The expand function) :*
$expand(\alpha) = \{ \beta \mid \beta \in permute(\alpha)$ かつ β が *LP* 受容性 $\}$

◇ **定義 15** 産出関係 *(The yields relation) :*
$\mathrm{A} \;\rightarrow\; \alpha \Longleftrightarrow \mathrm{A} \rightarrow_{id} \alpha' \;\&\; \alpha \in expand(\alpha')$

◇ **定義 16** 派生関係 *(The derives relation) :*
$\alpha \mathrm{A} \beta \Rightarrow \alpha \gamma \beta \Longleftrightarrow \mathrm{A} \rightarrow \gamma$
$\Rightarrow^*$ は派生関係の反射的、かつ推移的閉包

◇ **定義 17** *ID/LP grammar* の言語 *:*
ID/LP grammar の受理言語　$\mathbf{L} = \{w \in \Sigma^* | S \Rightarrow^* w\}$

その他 Λ，Φ :
　Λ : 空文字列　　　Φ : 空集合

ID 規則、LP 規則は、次のようにID/LP 論理の式に書き換えられる。

	ID/LP grammar	ID/LP 論理式
ID 規則	$A \rightarrow_{id} \{A_0, A_1, A_2, \cdots, A_{n-1}, A_n\}$	$\downarrow (\triangle A_0 \wedge \triangle A_1 \wedge \cdots \wedge \triangle A_{n-1} \wedge \triangle A_n) \supset A$
LP 規則	$A < B$	$\neg B \vec{\cup} A$

6.2 構文解析例

実際に ID/LP grammar で書かれた構文規則を論理式で記述して、文生成を論理の証明で記述したり、ある入力文の構文解析を記述したりする。

◇ **例 1** 文生成

$$\begin{array}{ccc} \text{文法} & & \text{式} \\ S \rightarrow_{id} \{a, b\} & \Longrightarrow & \downarrow(\Delta a \wedge \Delta b) \supset S \end{array} \tag{1}$$

を前提として、

文　a　b
$$\downarrow(a \wedge \neg b \wedge \vec{\bigcirc}(\neg a \wedge b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg(a \vee b))) \supset S \tag{2}$$

を証明する 。つまり、

(1) ⊢ (2)

これは

「 文法の仕様を満たさない 」ならば、「 文の仕様を満たさない 」

ことを示すこと同じである。

証明

補助推論規則より、
$$\frac{\vdash\downarrow(A \wedge B) \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash\downarrow(A \wedge D) \supset C} \tag{3}$$

略記法より、
$$\Delta a \stackrel{def}{=} \vec{\Diamond}\, a \wedge \neg a \vec{U}(a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a) \tag{4}$$

(2) , (4) より、
$$\downarrow(\underline{\vec{\Diamond}\, a} \wedge \underline{\neg a \vec{U}(a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a)} \wedge \Delta b) \supset S \tag{5}$$

公理より、
$$B \supset A \vec{U} B \tag{6}$$

定理より、
$$A \supset \vec{\Diamond}\, A \tag{7}$$

(3) ,(5) ,(6) ,(7) より、
$$\downarrow(a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a \wedge \vec{\Diamond}\, b \wedge \underline{\neg b \vec{U}(b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg b)}) \supset S \tag{8}$$

定理より、
$$A \wedge \neg B \wedge \vec{\bigcirc}(A \vec{U} B) \supset A \vec{U} B \tag{9}$$

(3) , (9) , (10) より、
$$\downarrow(a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a \wedge \vec{\Diamond}\, b \wedge \neg b \wedge \underline{\neg(b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg b)} \wedge \vec{\bigcirc}(\neg b \vec{U}(b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg b))) \supset S \tag{10}$$

定理より、
$$A \supset A \vee B \tag{11}$$

(13) ,(6) ,(12) より、
$$\downarrow(a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a \wedge \vec{\Diamond}\, b \wedge \neg b \wedge \vec{\bigcirc}(\underline{\neg b \vec{U}(b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg b)})) \supset S \tag{12}$$

補助推論規則より、
$$\frac{\vdash\downarrow(A \wedge \vec{\bigcirc} B) \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash\downarrow(A \wedge \vec{\bigcirc} D) \supset C} \tag{13}$$

(13) ,(6) ,(12) より、
$$\downarrow(a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a \wedge \underline{\vec{\Diamond}\, b} \wedge \neg b \wedge \underline{\vec{\bigcirc}(b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg b)})) \supset S \tag{14}$$

定理より、
$$\vec{\bigcirc} A \supset \vec{\Diamond}\, A \tag{15}$$

定理より、
$$\vec{\bigcirc} A \wedge \vec{\bigcirc} B \equiv \vec{\bigcirc}(A \wedge B) \tag{16}$$

(3) , (14) , (16) , (15) より、
$$\downarrow(a \wedge \neg b \wedge \vec{\bigcirc}(\underline{\vec{\Box}\,\neg a} \wedge b \wedge \vec{\bigcirc}\neg b)) \supset S \tag{17}$$

定理より、
$$A \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\, A \supset \vec{\Box}\, A \tag{18}$$

(17) , (18) より、
$$\downarrow(a \wedge \neg b \wedge \vec{\bigcirc}(\neg a \wedge \vec{\bigcirc}\underline{\vec{\Box}\,\neg a} \wedge b \wedge \vec{\bigcirc}\underline{\vec{\Box}\,\neg b})) \supset S \tag{19}$$

定理より、
$$\vec{\Box}\,(A \wedge B) \equiv (\vec{\Box}\, A \wedge \vec{\Box}\, B) \tag{20}$$

(19) , (20) , (16) より、
$$\downarrow(a \wedge \neg b \wedge \vec{\bigcirc}(\neg a \wedge b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg(a \vee b))) \supset S$$
(2) がえられる。

■

◇ **例 2** 構文解析

	ID/LP grammar	論理式	
文法	$S \rightarrow_{id} \{a, b\}$	$\downarrow(\triangle a \wedge \triangle b) \supset S$	(1)
文章	a b	$\downarrow(a \wedge \neg b \wedge \vec{\bigcirc}(\neg a \wedge b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg b))$	(2)

を前提として、S を証明する 。つまり、

(1) , (2) $\vdash$ S

を示すことになる。

<u>**証明**</u>

定理より、
$$a \wedge \vec{\bigcirc}(\neg a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a) \supset \triangle a \tag{3}$$

定理より、
$$\neg b \wedge \vec{\bigcirc}(b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg b) \supset \triangle b \tag{4}$$

定理より、
$$\vec{\bigcirc}(A \wedge B) \equiv \vec{\bigcirc}A \wedge \vec{\bigcirc}B \tag{5}$$

定理より、
$$\downarrow(A \wedge B) \equiv \downarrow A \wedge \downarrow B \tag{6}$$

定理より、
$$\downarrow(A \supset B) \supset (\downarrow A \supset \downarrow B) \tag{7}$$

補助推論規則より、
$$\frac{\vdash A \wedge B \qquad \vdash B \supset C}{\vdash A \wedge C} \tag{8}$$

(2) , (5) , (6) より、
$$\downarrow(a \wedge \vec{\bigcirc}(\neg a \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg a)) \wedge \downarrow(\neg b \wedge \vec{\bigcirc}(b \wedge \vec{\bigcirc}\,\vec{\Box}\,\neg b)) \tag{9}$$

(3) , (4) , (7) , (9) より、
$$\downarrow \triangle a \wedge \downarrow \triangle b \tag{10}$$

(6) , (10) より、
$$\downarrow(\triangle a \wedge \triangle b) \tag{11}$$

推論規則より、
$$\frac{\vdash A \qquad \vdash A \supset B}{\vdash B} \tag{12}$$

(1) , (11) より、
$$\mathrm{S}$$

■

◇ **例 3** 文生成

$$\begin{array}{ccc} \text{文法} & & \text{式} \\ S \rightarrow_{id} \{a, b\} & \Longrightarrow & \downarrow (\neg b \vec{\mathcal{U}} a \wedge \triangle a \wedge \triangle b) \supset S \\ b < a & & \end{array} \tag{1}$$

を前提として、

文　b　a

$$\downarrow (b \wedge \neg a \wedge \vec{\bigcirc}(\neg b \wedge a \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg(b \vee a))) \supset S \tag{2}$$

を証明する 。

<u>**証明**</u>

補助推論規則より、

$$\frac{\vdash \downarrow (A \wedge B) \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash \downarrow (A \wedge D) \supset C} \tag{3}$$

定理より、

$$B \supset A \vec{\mathcal{U}} B \tag{4}$$

(1) , (4) より、

$$\downarrow (b \wedge \triangle a \wedge \triangle b) \supset S \tag{5}$$

略記法より、

$$\triangle A \stackrel{def}{=} \vec{\Diamond}\, A \wedge \neg A \vec{\mathcal{U}} (A \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg A) \tag{6}$$

(5) , (6) より、

$$\downarrow (b \wedge \underline{\vec{\Diamond}\, b} \wedge \underline{\neg b \vec{\mathcal{U}} (b \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg b)} \wedge \triangle a) \supset S \tag{7}$$

公理より、

$$B \supset A \vec{\mathcal{U}} B \tag{8}$$

定理より、

$$A \supset \vec{\Diamond}\, A \tag{9}$$

(3) , (6) ,(7) ,(8) ,(9) より、

$$\downarrow (b \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg b \wedge \vec{\Diamond}\, a \wedge \underline{\neg a \vec{\mathcal{U}} (a \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg a)}) \supset S \tag{10}$$

定理より、

$$A \wedge \neg B \wedge \vec{\bigcirc}(A \vec{\mathcal{U}} B) \supset A \vec{\mathcal{U}} B \tag{11}$$

(3) , (10) , (11) より、

$$\downarrow (b \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg b \wedge \vec{\Diamond}\, a \wedge \neg a \wedge \underline{\neg(a \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg a)} \wedge \vec{\bigcirc}(\neg a \vec{\mathcal{U}} (a \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg a))) \supset S \tag{12}$$

定理より、

$$A \supset A \vee B \tag{13}$$

(12) ,(13) より、

$$\downarrow (b \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg b \wedge \vec{\Diamond}\, a \wedge \neg a \wedge \vec{\bigcirc}(\underline{\neg a \vec{\mathcal{U}} (a \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg a)})) \supset S \tag{14}$$

補助推論規則より、

$$\frac{\vdash \downarrow (A \wedge \vec{\bigcirc} B) \supset C \qquad \vdash D \supset B}{\vdash \downarrow (A \wedge \vec{\bigcirc} D) \supset C} \tag{15}$$

(8) ,(14) ,(15) より、

$$\downarrow (b \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg b \wedge \underline{\vec{\Diamond}\, a} \wedge \neg a \wedge \underline{\vec{\bigcirc}(a \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg a)})) \supset S \tag{16}$$

定理より、

$$\vec{\bigcirc} A \supset \vec{\Diamond}\, A \tag{17}$$

定理より、

$$\vec{\bigcirc} A \wedge \vec{\bigcirc} B \equiv \vec{\bigcirc}(A \wedge B) \tag{18}$$

(3) , (16) , (17) , (18) より、

$$\downarrow (b \wedge \neg a \wedge \vec{\bigcirc}(\underline{\vec{\Box}\, \neg b} \wedge a \wedge \vec{\bigcirc} \neg a)) \supset S \tag{19}$$

定理より、

$$A \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, A \supset \vec{\Box}\, A \tag{20}$$

(19) , (20) より、

$$\downarrow (b \wedge \neg a \wedge \vec{\bigcirc}(\neg b \wedge \vec{\bigcirc} \underline{\vec{\Box}\, \neg b} \wedge a \wedge \vec{\bigcirc} \underline{\vec{\Box}\, \neg a})) \supset S \tag{21}$$

定理より、

$$\vec{\Box}\, (A \wedge B) \equiv (\vec{\Box}\, A \wedge \vec{\Box}\, B) \tag{22}$$

(15) , (21) , (22) より、

$$\downarrow (b \wedge \neg a \wedge \vec{\bigcirc}(\neg b \wedge a \wedge \vec{\bigcirc}\, \vec{\Box}\, \neg(b \vee a))) \supset S$$

(2) がえられる。

■

◇ **例 4** 文生成

文法		式	
$S \rightarrow_{id} \{NP, VP\}$		$\downarrow \triangle NP \wedge \downarrow \triangle VP \supset S$	(1)
$NP \rightarrow_{id} \{kaiya\}$		$\downarrow \triangle kaiya \supset NP$	(2)
$N \rightarrow_{id} \{saeko\}$	$\Longrightarrow$	$\downarrow \triangle saeko \supset N$	(3)
$VP \rightarrow_{id} \{loves, N\}$		$\downarrow (\neg N \vec{U} loves) \wedge \downarrow \triangle loves \wedge \downarrow \triangle N \supset VP$	(4)
$loves < N$			

を前提として、 : kaiya loves saeko .

$$
\begin{aligned}
&\downarrow ((kaiya \wedge \neg loves \wedge \neg saeko \wedge \\
&\quad \vec{\bigcirc} \downarrow (\neg kaiya \wedge loves \wedge \neg saeko \wedge \\
&\qquad \vec{\bigcirc} (\neg kaiya \wedge \neg loves \wedge saeko \wedge \\
&\qquad\quad \vec{\bigcirc} \Box \neg (kaiya \vee loves \vee saeko))))) \supset S
\end{aligned}
\tag{5}
$$

を結論として導き出す。

つまり、

$$(1), \cdots, (4) \vdash (5)$$

を示すのである 。

この証明を行なうためには、公理系の更なる整備が必要となる。

第 7 章　あとがき

この論文では、命題時間論理を拡張した論理体系を提案した。この論理体系では時間の流れを多面的に捉えることができ、それは従来の時間論理よりも表現力において拡張されたものとなっている。

具体的には、関係 **D** の到達可能能可能関係を持つ $\downarrow$, $\Downarrow$, $\Updownarrow$ の導入がもっとも特徴的な拡張点ででである。

結果として 定義された論理は、multi modal logic の一種となっている。

一般に、このような論理の複雑さは非常に大きなものとなるか、あるいは決定手続きが存在しないこもありうる。この点について検討することが重要である。

今後の課題としては、述語論理への拡張や、リゾリューションのような効率的な証明方法を考え出すのも重要なことである。

謝辞

本論文を書くにあたり、米崎直樹助教授には非常に熱心な御指導をして下さいました 。心から感謝致します 。また、いろいろと私の面倒をみてくださった片山卓也教授、渡辺治助手、篠田陽一助手、私の疑問をたびたび解決して下さった端山氏、並河氏をはじめとする諸先輩がたにも、心から感謝いた致します 。

参考文献

[1] Gazder.G. *Generalized Phrase Structure Grammar.* Basil Blackwell, Oxford, 1982.

[2] Stuart M.Shieber. *Direct Parsing of ID/LP Grammars.* SRI International, 1983.

[3] 米崎 直樹. 順序的性質を含む時間論理のリゾリューション. 日本ソフトウェア科学会第5会論文集, 1986.

[4] Fred Kröger. *Temporal Logic of Programs.* EATCS, 1987.

[5] 長尾、淵. 論理と意味. 岩波書店, 1983.